

NO. 2 - 2 熱力学 I 復習

—理想気体の状態変化—

1. 下記の式を指示に従って変形せよ。

$$1) \quad p_1 v_1^\kappa = p_2 v_2^\kappa \quad \text{を} \quad v_1 = \boxed{v_2 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{\kappa}}} \quad \text{にせよ。} \quad 2) \quad T_1 v_1^{\kappa-1} = T_2 v_2^{\kappa-1} \quad \text{を} \quad v_1 = \boxed{v_2 \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{1}{\kappa-1}}} \quad \text{にせよ。}$$

$$3) \quad \frac{T_1^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}}{p_1^\kappa} = \frac{T_2^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}}{p_2^\kappa} \quad \text{を} \quad p_1 = \boxed{p_2 \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}} \quad \text{にせよ。}$$

2. ある理想気体が圧力 300kPa、体積 0.3m³の状態から、等温膨張して体積が 5 倍になった。この気体の膨張後の圧力、外部に対してなした仕事および外部から供給された熱量を求めよ。

等温膨張であるから、 $\delta q = c_v dT + dw = dw$ より、 $Q = W$

$$\therefore Q_{12} = W_{12} = \int_1^2 p dV = \int_1^2 p_1 V_1 \frac{dV}{V} = p_1 V_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = 300 \text{ kPa} \times 0.3 \text{ m}^3 \times \ln 5 = 145 \text{ kJ}$$

$$p_2 = p_1 \frac{V_1}{V_2} = 300 \times \frac{1}{5} = 60 \text{ kPa}$$

3. 空気 3 kg を圧力 200kPa、温度 320Kの状態から、圧力一定の下に、体積が 2 倍になるまで加熱に要する熱量ならびに外部仕事を求めよ。また、この変化における内部エネルギーの増加はいかほどか。なお、定圧比熱、定積比熱および気体定数は、1.005kJ/(kg・K)、0.718kJ/(kg・K)および 0.287kJ/(kg・K)である。

等圧膨張であるから、 $\frac{T}{V} = \frac{T_2}{V_2} = \frac{T_1}{V_1}$, $\delta q = c_p dT - v dp = c_p dT$,

$$\therefore T_2 = \frac{V_2}{V_1} T_1 = 2 \times 320 = 640 \text{ K}, \quad Q_{12} = mc_p (T_2 - T_1) = 3 \times 1.005 \times (640 - 320) = 965 \text{ kJ}$$

$$V_1 = \frac{mRT_1}{p_1} = \frac{3 \text{ kg} \times 0.287 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K}) \times 320}{200} = 1.38 \text{ m}^3$$

$$W_{12} = \int_1^2 p dV = p \int_1^2 dV = 200 \text{ kPa} \times (2 \times 1.38 - 1.38) \text{ m}^3 = 276 \text{ kJ}$$

$$\therefore U_2 - U_1 = Q_{12} - W_{12} = 965 - 276 = 689 \text{ kJ}$$

または、

$$\delta q = du + p dv, \quad \delta q = c_v dT + p dv \text{ より, } du = c_v dT$$

$$\therefore \Delta U = U_2 - U_1 = mc_v (T_2 - T_1) = 3 \text{ kg} \times 0.718 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K}) \times (640 - 320) \text{ K} = 689 \text{ kJ}$$

4. 質量 3kg の空気が圧力 450kPa、温度 575K の状態から断熱膨張して体積が 5 倍になった。この断熱変化について変化前の体積、変化後の体積と圧力および外部に対してなした仕事を求めよ。ただし、気体定数は 0.287 kJ/(kg・K)、比熱比は 1.4 である。

$$V_1 = \frac{mRT_1}{p_1} = \frac{3 \times 0.287 \times 575}{450} = 1.1 \text{ m}^3 \quad \text{ゆえに} \quad V_2 = 5V_1 = 4.5 \text{ m}^3$$

$$p_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\kappa} = 450 \times \left(\frac{1.1}{4.5} \right)^{1.4} = 47.3 \text{ kPa}$$

$$p v^{\kappa} = p_1 v_1^{\kappa} = p_2 v_2^{\kappa}$$

$$W_{12} = \int_1^2 p dV = \int_1^2 \frac{p_1 V_1^{\kappa}}{V^{\kappa}} dV = \frac{p_1 V_1^{\kappa}}{-\kappa + 1} \left(\frac{1}{V_2^{\kappa-1}} - \frac{1}{V_1^{\kappa-1}} \right) = \frac{p_1 V_1}{\kappa - 1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\kappa-1} \right] = \frac{p_1 V_1}{\kappa - 1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right]$$

$$= \frac{1}{\kappa - 1} (p_1 V_1 - p_2 V_2) = \frac{1}{1.4 - 1} \times (450 \times 1.1 - 47.3 \times 5.5) = 587 \text{ kJ}$$

$$= \frac{mR}{\kappa - 1} (T_1 - T_2) = m c_v (T_1 - T_2) = U_1 - U_2$$